

# KARTY KURSÓW

STUDIA NIESTACJONARNE PIERWSZEGO STOPNIA

MATEMATYKA

od roku akademickiego 2022/2023

## Spis treści

<b>Semestr 1</b> .....	<b>3</b>
Wstęp do logiki i teorii mnogości .....	3
Algebra liniowa 1 .....	9
Algorytmy w matematyce .....	13
Ochrona własności intelektualnej .....	17
Podstawy matematyki wyższej .....	21
Pakiety matematyczne .....	25
<b>Semestr 2</b> .....	<b>29</b>
Analiza matematyczna 1 .....	29
Geometria elementarna .....	34
Algebra liniowa 2 .....	38
Język obcy .....	42
<b>Semestr 3</b> .....	<b>43</b>
Analiza matematyczna 2 .....	43
Topologia .....	49
Język obcy .....	53
<b>Semestr 4</b> .....	<b>54</b>
Analiza matematyczna 3 .....	54
Rachunek prawdopodobieństwa .....	60
Algebra abstrakcyjna 1 .....	64
Język obcy .....	68
<b>Semestr 5</b> .....	<b>69</b>
Wstęp do równań różniczkowych .....	69
Algebra abstrakcyjna 2 .....	73
Seminarium dyplomowe I .....	77
Elementy statystyki matematycznej .....	81
Arkusz kalkulacyjny Excel .....	85
<b>Semestr 6</b> .....	<b>89</b>
Geometria .....	89
Podstawy przedsiębiorczości .....	93
Seminarium dyplomowe II .....	98
Matematyka dyskretna .....	102
Matematyka konkretna .....	106

# Semestr 1

## Wstęp do logiki i teorii mnogości

### KARTA KURSU

Nazwa	Wstęp do logiki i teorii mnogości	
Nazwa w j. ang.	Introduction to Logic and Set Theory	
Koordynator	Kierownik Katedry Podstaw Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Podstaw Matematyki
Punktacja ECTS*	8	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Poznanie elementów logiki matematycznej i teorii mnogości, w tym podstawowych pojęć matematycznych stosowanych w różnych działach matematyki. Kształcenie umiejętności w zakresie precyzyjnego języka matematycznego, zapisu symbolicznego i posługiwania się językiem teorii zbiorów w rozumowaniach matematycznych.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z matematyki wymagana do egzaminu maturalnego na poziomie co najmniej podstawowym
Umiejętności	Umiejętności z matematyki wymagane do egzaminu maturalnego na poziomie co najmniej podstawowym
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05
	W04 zna wybrane pojęcia logiki matematycznej, teorii mnogości i matematyki dyskretnej występujące w podstawach innych dyscyplin matematyki oraz metody dowodzenia twierdzeń matematycznych	K_W06

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	K_U02
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie niektóre funkcje i relacje	K_U03
	U03 umie stosować system logiki klasycznej do częściowych formalizacji niektórych teorii matematycznych	K_U04
	U04 potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezyjskich	K_U05
	U05 posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki	K_U06
	U06 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach	K_U07
	U07 umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U08
	U08 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U11

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	20	30		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład tradycyjny metodą z użyciem urządzeń multimedialnych. Ćwiczenia: dyskusja nad rozwiązaniem zadań, praca z tekstem matematycznym, wspólna analiza popełnionych błędów w sprawdzianach pisemnych. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X	X	X	
W02								X	X	X	X	X	
W03								X	X	X	X	X	
W04								X	X	X	X	X	
U01								X	X	X	X	X	
U02								X	X	X	X	X	
U03								X	X	X	X	X	
U04								X	X	X	X	X	
U05								X	X	X	X	X	
U06								X	X	X	X	X	
U07								X	X	X	X	X	
U08								X	X	X	X	X	
K01								X	X	X	X	X	
K02								X	X	X	X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	<p>Podstawą zaliczenia wykładu jest uzyskanie zaliczenia z ćwiczeń. Ćwiczenia będą zaliczane na podstawie sprawdzianów pisemnych i aktywności. Szczegółowe warunki zaliczenia ćwiczeń (ilość sprawdzianów, oceny z odpowiedzi ustnych) określa zespół prowadzący przedmiot.</p> <p>Podstawą zaliczenia wykładu i warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z ćwiczeń.</p> <p>Egzamin końcowy składa się z części pisemnej (zadania) i ustnej (teoria). Ocena niedostateczna z części pisemnej oznacza niezaliczenie przedmiotu w pierwszym terminie.</p>
----------------	--

## Uwagi

Obecność na ćwiczeniach i wykładach jest obowiązkowa.

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Elementy logiki matematycznej: rachunek zdań i kwantyfikatorów. Reguły dowodzenia, w tym reguła dowodzenia nie wprost.
2. Aksjomatyka Peano liczb naturalnych i indukcja matematyczna.
3. Algebra zbiorów: element zbioru, sposoby określania zbioru, podzbiór, zbiór potęgowy, prawa rachunku zbiorów, sumy i iloczyny rodzin zbiorów (w tym nieskończonych).
4. Para uporządkowana i iloczyn kartezjański zbiorów. Relacje: dziedzina i przeciwdziedzina, składanie relacji, relacja odwrotna. Własności relacji: zwrotność, przeciwzwrotność, symetryczność, przeciwsymetryczność, antysymetryczność, przechodniość i spójność.
5. Relacje równoważności: klasy abstrakcji, zbiór ilorazowy, relacja równoważności a podział zbioru, zastosowanie relacji równoważności do tworzenia pojęć abstrakcyjnych. Konstrukcja liczb całkowitych i wymiernych.
6. Zbiory częściowo i liniowo uporządkowane: elementy wyróżnione, porządek gęsty ciągły i dobry.
7. Funkcje jako relacje: obraz i przeciwobraz zbioru poprzez funkcję, składanie funkcji, funkcja odwrotna, iniekcja, suriekcja, bijekcja.
8. Zbiory równoliczne. Liczby kardynalne. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Zbiory mocy continuum.

## Wykaz literatury podstawowej

1. A. Chronowski, Elementy teorii mnogości, WN AP, Kraków 2000.
2. A. Chronowski, Zadania z elementów teorii mnogości i logiki matematycznej, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowiec 1999.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. J. Cichoń, Wykłady ze wstępu do matematyki, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2003.
2. W. Guzicki, P. Zakrzewski, Wstęp do matematyki. Zbiór zadań, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
3. W. Guzicki, P. Zakrzewski, Wykłady ze wstępu do matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
4. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN, Warszawa 2004.
5. W. Marek, J. Onyszkiewicz, Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach, PWN, Warszawa 2006.
6. R. Murawski, K. Świrydowicz, Wstęp do teorii mnogości, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2006.
7. H. Rasiowa, Wstęp do matematyki współczesnej, PWN, Warszawa 2007

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	20
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	30
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	17
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	63
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	60
Ogółem bilans czasu pracy		200
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		8



# Algebra linowa 1

## KARTA KURSU

Nazwa	Algebra linowa 1
Nazwa w j. ang.	Linear Algebra 1

Koordynator	Kierownik Katedry Algebra	Zespół dydaktyczny
		Katedra Algebra
Punktacja ECTS*	9	

### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie z podstawami teorii przestrzeni i odwzorowań liniowych.

### Warunki wstępne

Wiedza	Ma wiadomości wymagane przy egzaminie maturalnym z matematyki na poziomie co najmniej podstawowym.
Umiejętności	Prowadzenia elementarnych rozumowań, posługiwania się pojęciem liczby rzeczywistej, liczby wymiernej i niewymiernej, rozwiązywania równań i nierówności oraz ich układów.
Kursy	

### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie przedstawiać rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje	K_U01
	U02 posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki	K_U06
	U03 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy	K_U16
	U04 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych	K_U17
	U05 umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U18
	U06 rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach; potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań	K_U19
	U07 znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach; oblicza wartości własne oraz wektory własne macierzy i potrafi wyjaśnić sens geometryczny tych pojęć	K_U20

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	25	35				0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład. Zadania tablicowe i domowe. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X					X
W02								X					X
W03								X					X
U01								X					X
U02								X					X
U03								X					X
U04								X					X
U05								X					X
U06								X					X
U07								X					X
K01								X					X
K02								X					X

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach, w tym w wykładzie, oraz uzyskanie określonej liczby punktów z prac pisemnych i aktywności.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Układy równań liniowych. Eliminacja Gaussa. Odwzorowania liniowe. Przestrzenie i podprzestrzenie liniowe. Przestrzeń dualna. Ziory wektorów liniowo niezależnych, bazy. Endomorfizmy liniowe. Permutacje. Wyznacznik. Teoria Jordana. Podprzestrzenie niezmiennicze. Ortogonalność. Formy dwuliniowe. Rozkład

macierzy kwadratowych

## Wykaz literatury podstawowej

1. M. Ptak, K. Gryszka, B. Hejmej, Algebra liniowa – notatki do wykładu z zadaniami, Wyd. Szkolne OMEGA, Kraków 2019.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. A. I. Kostrykin, Wstęp do Algebry. Algebra liniowa, PWN Warszawa 2004.
2. G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, cz. I i II, WNT Warszawa 2002.
3. P. Knabner, W. Barth, Lineare Algebra: Grundlagen und Anwendungen, Springer 2013.
4. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2, Oficyna Wyd. GiS Wrocław 2002.
5. J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN Warszawa 2012.
6. I. Nabałek, Zadania z algebry liniowej, WNT Warszawa 2006.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	25
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	35
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	15
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	80
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	70
Ogółem bilans czasu pracy		225
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		9

## Algorytmy w matematyce

### KARTA KURSU

Nazwa	Algorytmy w matematyce
Nazwa w j. ang.	Algorithms in mathematics

Koordynator	Kierownik Katedry Zastosowań Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Zastosowań Matematyki
Punktacja ECTS*	7	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest zapoznanie studentów matematyki z zagadnieniami algorytmiki oraz programowaniem w wybranym języku programowania.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Podstawowa wiedza informatyczna wyniesiona z dotychczasowej edukacji.
Umiejętności	Umiejętności informatyczne objęte kursem informatyki szkolnej.
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	K_W08
	W02 zna obowiązujące zasady bezpieczeństwa i higieny pracy oraz podstawowe pojęcia i zasady z zakresu ochrony prawa autorskiego	K_W10

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 rozpoznaje problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takich problemów	K_U25
	U02 umie ułożyć i analizować algorytm zgodny ze specyfikacją i zapisać go w wybranym języku programowania	K_U26
	U03 potrafi skompilować, uruchomić i testować napisany samodzielnie lub w zespole program komputerowy	K_U27

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_K03
	K02 rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie	K_K04

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	10	0		0		25		0		0		25

### Opis metod prowadzenia zajęć

Na wykładzie omówione zostaną podstawowe problemy z zakresu programowania. Ćwiczenia prowadzone w laboratorium będą służyły nabyciu i pogłębieniu wiedzy. Część e-learningowa będzie polegała na samodzielnym pisaniu i wysyłaniu programów, będą one podlegały automatycznej ocenie. Podczas zajęć będą wykorzystywane indywidualne konta studentów na serwerze IM-Student.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X				X		X	X					
W02	X				X		X	X					
U01							X	X					
U02							X	X					
U03							X	X					
K01							X	X					
K02							X	X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	<p>Zaliczenie ćwiczeń na podstawie bieżącej pracy w semestrze i oddanych projektów. Projekty o zróżnicowanym stopniu trudności będą zadawane na każdym ćwiczeniu.</p> <p>Zaliczenie części zdalnej na podstawie oddanych projektów.</p> <p>Zaliczenie z wykładu na podstawie zaliczenia ćwiczeń i części zdalnej.</p> <p>Projekty sprawdzane będą metodą blackbox pod kątem poprawnego działania na wybranych testach.</p> <p>Poddawane będą zautomatyzowanej weryfikacji pod kątem samodzielności rozwiązań.</p>
----------------	---

Uwagi	<p>Stwierdzenie braku samodzielności w jakimkolwiek zadaniu indywidualnym skutkuje niezaliczeniem ćwiczeń lub elearningu.</p> <p>Przedmiot będzie synchronizowany z przedmiotem Informatyka na studiach stacjonarnych.</p>
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elementy algorytmiki: pojęcie algorytmu, typowe problemy algorytmiczne, podstawowe cechy algorytmu</li> <li>2. Syntaktyczne aspekty języka C++: Przestrzenie nazw, funkcja main, operatory, instrukcje warunkowe, pętle, procedury, funkcje, biblioteki, przestrzenie nazw</li> <li>3. Życie programu</li> <li>4. Algorytm a język programowania – wzajemne zależności</li> <li>5. Wybrane klasyczne algorytmy: sortowanie, algorytmy grafowe,...</li> <li>6. Podstawy złożoności obliczeniowej</li> </ol>
--

## Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <a href="http://www.algorytm.edu.pl/">http://www.algorytm.edu.pl/</a></li> <li>2. Piotr Wróblewski, Algorytmy, struktury danych i techniki programowania. Wydanie V, Helion, 2015.</li> <li>3. Jon Bentley, Perełki programowania. Wydanie II, Helion.</li> <li>4. Lech Banachowski, Krzysztof Diks, Wojciech Rytter, Algorytmy i struktury danych, PWN.</li> <li>5. Niklaus Wirth, Algorytmy + struktury danych = programy, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.</li> </ol>
---

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald Rivest, Clifford Stein, Wprowadzenie do Algorytmów, Wydawnictwa Naukowe PWN.
2. Dokumentacja na stronie <http://www.cplusplus.com/>

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	10
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	50
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	5
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	60
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	40
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	10
Ogółem bilans czasu pracy		175
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		7



## Ochrona własności intelektualnej

Nazwa	Ochrona własności intelektualnej
Nazwa w j. ang.	Intellectual Property Protection

Koordynator		Zespół dydaktyczny
Punktacja ECTS*	1	

### Opis kursu (cele kształcenia)

Po odbyciu kursu student zna i rozumie podstawowe zasady, cele i regulacje prawne dotyczące ochrony własności intelektualnej oraz rozumie konsekwencje nieprzestrzegania praw chroniących własność intelektualną. Rozumie prawne i praktyczne aspekty związane z prawem własności przemysłowej, patentami i licencjami.

### Warunki wstępne

Wiedza	
Umiejętności	
Kursy	

### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna obowiązujące zasady bezpieczeństwa i higieny pracy oraz podstawowe pojęcia i zasady z zakresu ochrony prawa autorskiego	K_W10

Umiejętności	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych

	U01 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy się tego uczyć i doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U36
--	---	-------

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie	K_K04

Organizacja											
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach									
		A		K		L		S		P	E
Liczba godzin	0	0		0		0		0		0	15

## Opis metod prowadzenia zajęć

Zajęcia odbywają się w formie zdalnej za pośrednictwem uczelnianej platformy Moodle.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Inne
W01	X												
U01	X												
K01	X												

Kryteria oceny	Zaliczenie na podstawie pozytywnego wyniku testu generowanego po zakończeniu kursu na platformie.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Monopole intelektualne</li> <li>2. Źródła praw na dobrach niematerialnych</li> <li>3. Zakres przedmiotowy prawa autorskiego: utwory, rodzaje utworów, prawa pokrewne</li> <li>4. Zakres podmiotowy prawa autorskiego</li> <li>5. Autorskie prawa osobiste</li> <li>6. Autorskie prawa majątkowe</li> <li>7. Okres ochrony utworu</li> <li>8. Domena publiczna</li> <li>9. Dozwolony użytek prywatny</li> <li>10. Dozwolony użytek publiczny</li> <li>11. Prawo cytatu</li> <li>12. Plagiat</li> <li>13. Odpowiedzialność za naruszenie praw autorskich</li> <li>14. Umowa o przekazaniu praw i umowa licencyjna</li> <li>15. Umowy licencyjne</li> <li>16. Wolne licencje</li> <li>17. Creative Commons</li> <li>18. Ruch Wolnej Kultury (historia, założenia, aktualny stan)</li> <li>19. Organizacje zbiorowego zarządzania prawami autorskimi i pokrewnymi</li> <li>20. Pojęcie własności przemysłowej</li> <li>21. Prawa własności przemysłowej</li> <li>22. Ograniczenia dotyczące praw własności przemysłowej</li> <li>23. Rejestracja praw własności przemysłowej</li> <li>24. Międzynarodowa ochrona własności przemysłowej</li> <li>25. Umowy o przeniesienie praw własności przemysłowej oraz umowy licencyjne</li> <li>26. Naruszenie praw własności przemysłowej</li> <li>27. Bazy danych</li> <li>28. Zwalczanie nieuczciwej konkurencji</li> </ol>
--

### Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ochrona własności intelektualnej, Michniewicz Grzegorz, 2010, C.H. Beck</li> <li>2. Środki ochrony praw własności intelektualnej, Podrecki Paweł, 2010, LexisNexis</li> <li>3. Ustawa z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz. U. z 1994 r. Nr 24, poz. 83)</li> </ol>
--

### Wykaz literatury uzupełniającej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Traple Elżbieta, Umowy o eksploatację utworów w prawie polskim, 2010</li> <li>2. Kostański Piotr, Żelechowski Łukasz, Prawo własności przemysłowej, Warszawa, 2014</li> <li>3. Podrecki Paweł, Środki ochrony prawa własności intelektualnej, Warszawa, 2010</li> <li>4. Szewc Andrzej, Naruszenie własności przemysłowej, Warszawa, 2003</li> <li>5. Barta Janusz, Markiewicz Ryszard, Ustawa o ochronie baz danych. Komentarz, Warszawa, 2002 z suplementem</li> <li>6. Ustawa o zwalczaniu nieuczciwej konkurencji. Komentarz, pod red. Janusza Szwai, Warszawa, 2006</li> </ol>
---

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	15
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	0
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	0
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	15
Ogółem bilans czasu pracy		30
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		1

## Podstawy matematyki wyższej

### KARTA KURSU

Nazwa	Podstawy matematyki wyższej	
Nazwa w j. ang.	Introduction to Graduate Mathematic	
Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Przypomnienie elementów matematyki szkolnej z kursu rozszerzonego. Poznanie elementów teorii mnogości, analizy matematycznej i algebry liniowej, w tym podstawowych pojęć matematycznych stosowanych w różnych działach matematyki. Kształcenie umiejętności w zakresie precyzyjnego języka matematycznego, zapisu symbolicznego, formułowaniu twierdzeń i redagowaniu dowodów.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z matematyki wymagana do egzaminu maturalnego na poziomie co najmniej podstawowym.
Umiejętności	Umiejętności z matematyki wymagane do egzaminu maturalnego na poziomie co najmniej podstawowym.
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W02 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	K_U02
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie niektóre funkcje i relacje	K_U03
	U03 umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U08
	U04 potrafi definiować funkcje, także z wykorzystaniem przejść granicznych i opisywać ich własności	K_U09

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

		Organizacja										
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	0	10		0		0		0		0		35

## Opis metod prowadzenia zajęć

Zadania tablicowe, e-learning

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X							X					X
W02	X							X					X
U01								X					
U02								X					
U03								X					
U04								X					
K01								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia przedmiotu jest aktywny udział w zajęciach i zdanie testów e-learningowych.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Liczby rzeczywiste</li> <li>2. Wyrażenia algebraiczne</li> <li>3. Równania i nierówności</li> <li>4. Funkcje</li> <li>5. Ciągi</li> <li>6. Trygonometria</li> <li>7. Planimetria</li> <li>8. Geometria w układzie współrzędnych</li> <li>9. Rachunek różniczkowy</li> </ol>
---

## Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Masłowska D. et al: Zbiór zadań i testów maturalnych do matury z matematyki – poziom rozszerzony.</li> <li>2. Dedykowane materiały na platformie edukacyjnej.</li> </ol>
--

## Wykaz literatury uzupełniającej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Rasiowa H.: Wstęp do matematyki</li> </ol>
--

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	45
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	3
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	77
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	0
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5



## Pakiety matematyczne

### KARTA KURSU

Nazwa	Pakiety matematyczne	
Nazwa w j. ang.	Symbolic Mathematical Computation Programs	
Koordynator	Kierownik Katedry Zastosowań Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Zastosowań Matematyki
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kształcenia jest zapoznanie studentów z wybranymi pakietami służącymi do obliczeń numerycznych i symbolicznych m.in. Scilab i GeoGebra. W szczególności zaznajomienie studentów z możliwościami pakietów w zakresie rozwiązywania problemów z geometrii, analizy matematycznej i algebry liniowej.

#### Warunki wstępne

Wiedza	1. Zna podstawowe wiadomości dotyczące zasad korzystania z systemu operacyjnego. 2. Zna podstawowe pojęcia i usługi internetowe.
Umiejętności	1. Potrafi posługiwać się systemem Windows i obsługiwać podstawowe aplikacje. 2. Potrafi poruszać się po zasobach Internetu.
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 zna podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	K_W08
	W02 zna na poziomie podstawowym co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych	K_W09

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U11
	U02 rozpoznaje problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takich problemów	K_U25
	U03 umie wykorzystywać programy komputerowe w zakresie analizy danych	K_U28

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_K03

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	0	45		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Ćwiczenia prowadzone w laboratorium oraz z wykorzystaniem platformy e-learningowej w systemie blended-learning.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X				X		X	X					
W02	X				X		X	X					
U01							X	X					
U02							X	X					
U03							X	X					
K01							X	X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Zaliczenie bez oceny na podstawie bieżącej pracy w semestrze i oddanych projektów.
----------------	--

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<p>1. GeoGebra Podstawowe figury i konstrukcje geometryczne, suwak i jego rola w animacjach i wizualizacjach, Rozwiązywanie wybranych zagadnień w CAS, definiowanie własnych narzędzi.</p> <p>2. Scilab struktury danych (ciągi, listy, zbiory, tablice, wektory i macierze oraz ich wykorzystanie), operacje na macierzach, rozwiązywanie równań i układów równań, funkcje i elementy programowania (instrukcje warunkowe i pętle)</p>
---

## Wykaz literatury podstawowej

<p>1. <a href="http://www.geogebraTube.org">www.geogebraTube.org</a> 2. <a href="https://www.scilab.org/tutorials">https://www.scilab.org/tutorials</a></p>
---

## Wykaz literatury uzupełniającej

--

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	45
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	2
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	45
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	10
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	23
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5

## Semestr 2

## Analiza matematyczna 1

## KARTA KURSU

Nazwa	Analiza matematyczna 1
Nazwa w j. ang.	Mathematical Analysis 1

Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej
Punktacja ECTS*	9	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami analizy matematycznej niezbędnymi do studiowania różnych działów matematyki oraz wprowadzenie ich w elementy metody matematycznej przez dowodzenie twierdzeń, konstrukcje przykładów i kontrprzykładów.

## Warunki wstępne

Wiedza	Ma wiadomości wymagane przy egzaminie maturalnym z matematyki na poziomie co najmniej podstawowym.
Umiejętności	<ol style="list-style-type: none"> <li>Potrafi posługiwać się pojęciem liczby rzeczywistej, liczby wymiernej i niewymiernej.</li> <li>Umie wyznaczać dziedzinę funkcji elementarnych, badać proste ich własności i rysować wykresy.</li> <li>Potrafi rozróżniać ciągi arytmetyczne i geometryczne, wyznaczać sumy n-początkowych wyrazów i wzór na n-ty wyraz tych ciągów.</li> <li>Potrafi rozwiązywać równania i nierówności oraz ich układy.</li> <li>Potrafi posługiwać się pojęciem wartości bezwzględnej.</li> </ol>
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05
	W04 zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego jednej i wielu zmiennych, a także przykłady wykorzystywania w nim wybranych pojęć algebry liniowej i topologii	K_W07
	W05 zna na poziomie podstawowym co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych	K_W09

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie niektóre funkcje i relacje	K_U03
	U02 umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U08
	U03 potrafi definiować funkcje, także z wykorzystaniem przejść granicznych i opisywać ich własności	K_U09
	U04 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi – na prostym i średnim poziomie trudności – obliczać granice ciągów i funkcji, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U10
	U05 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U11
	U06 umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu zmienności funkcji, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań	K_U12
	U07 potrafi wykorzystywać narzędzia i metody numeryczne do rozwiązywania wybranych zagadnień rachunku różniczkowego i całkowego, w tym także problemów związanych z zastosowaniami tego rachunku	K_U15

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	15	45		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, ćwiczenia, zadania domowe, konsultacje

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X			X	X	X
W02								X			X	X	X
W03								X			X	X	X
W04								X			X	X	X
W05								X			X	X	X
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
U03								X			X	X	
U04								X			X	X	
U05								X			X	X	
U06								X			X	X	
U07								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	<p>Ocena z ćwiczeń na podstawie wyników prac pisemnych i odpowiedzi ustnych.</p> <p>Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z wykładu i ćwiczeń.</p> <p>Zaliczenie z wykładu na podstawie obecności na wykładzie i udziału w dyskusji oraz zaliczenia kartkówki sprawdzających wiadomości z wykładu.</p> <p>Egzamin pisemny i ustny.</p>
----------------	--

Uwagi	
-------	--



## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Liczby rzeczywiste. Kresy zbiorów.
2. Odwzorowania. Składanie, odwracanie, obrazy i przeciwobrazy zbiorów. Podstawowe funkcje elementarne w dziedzinie rzeczywistej, ciągi i podciągi.
3. Teoria granic. Granica ciągu liczbowego. Granica dolna i górna ciągu liczbowego i funkcji rzeczywistej w punkcie.
4. Odwzorowania ciągłe i ich własności. Podstawowe funkcje elementarne w dziedzinie rzeczywistej, ich ciągłość i granice z nimi związane. Własność Darboux. Ciągłość jednostajna.
5. Rachunek różniczkowy funkcji zmiennej rzeczywistej. Interpretacja fizyczna i geometryczna pochodnej. Działania na funkcjach a pochodna. Twierdzenia o wartości średniej. Reguła de l'Hospitala. Asymptoty, badanie przebiegu zmienności funkcji.

## Wykaz literatury podstawowej

1. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WN-T, Warszawa 1994.
2. W. Kołodziej, Analiza matematyczna, PWN, Warszawa 1978..
3. S. Spodzieja, Wykład z analizy matematycznej funkcji jednej zmiennej 2014 (manuskrypt), <https://math.uni.lodz.pl/~kfairr/Wyklad%20z%20analizy%20matematycznej/>.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1 Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2017.
2. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2 Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.
3. G. N. Berman, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999.
4. W. Kaczor, M. Nowak, Zadania z analizy matematycznej, cz. I, II, III Wydawnictwo UMCS, Lublin 1996.
5. W. Krywicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, cz. I, PWN, Warszawa 1994. 6. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 1976.
7. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2019.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	45
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	15
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	85
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	65
Ogółem bilans czasu pracy		225
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		9

## Geometria elementarna

### KARTA KURSU

Nazwa	Geometria elementarna	
Nazwa w j. ang.	Elementary geometry	
Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii
Punktacja ECTS*	9	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z elementarną geometrią płaską. Wykład obejmuje: aksjomatykę geometrii euklidesowej oraz jej weryfikację na modelu płaszczyzny rzeczywistej z kartezjańskim układem współrzędnych, podstawowe grupy przekształceń płaszczyzny, w tym inwersje oraz własności wielokątów i okręgów.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza elementarna z matematyki, określona obowiązującym programem nauczania w szkole ponadpodstawowej w zakresie podstawowym.
Umiejętności	Umiejętność czytania ze zrozumieniem podręczników szkolnych z matematyki oraz wyszukiwania wiedzy.
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie przedstawiać rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje	K_U01
	U02 posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki	K_U06
	U03 rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach; potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań	K_U19
	U04 rozpoznaje i określa najważniejsze własności topologiczne podzbiorów przestrzeni euklidesowej i przestrzeni metrycznych	K_U23
	U05 potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych zrozumiałym, także potocznym językiem, potrafi wyjaśniać związki i relacje między matematyką elementarną a matematyką wyższą	K_U37

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02
	K02 potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_K03
	K03 rozumie potrzebę popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej	K_K05

		Organizacja										
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	15	40		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, na którym studenci poznają teoretyczne podstawy przedmiotu, są wdrażani w dowodzenie twierdzeń i analizują różne dowody wybranych twierdzeń elementarnej geometrii euklidesowej. Ćwiczenia polegają przede wszystkim na rozwiązywaniu zadań przy tablicy lub w grupach. Szczególny nacisk kładziony jest na zadania „na dowodzenie”.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X							X			X	X	X
W02	X							X			X	X	X
W03	X							X			X	X	X
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
U03								X			X	X	
U04								X			X	X	
U05								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	
K03								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Zaliczenie ćwiczeń audytoryjnych na podstawie prac etapowych oraz oceny aktywnego udziału w zajęciach. Zaliczenie przedmiotu na podstawie zaliczenia ćwiczeń audytoryjnych oraz egzaminu, który może obejmować części weryfikacji efektów uczenia się w czasie zajęć, przed sesją.
----------------	--

Uwagi	Ekspozowanie na zajęciach możliwości i wartości dowodzenia wybranych twierdzeń geometrii elementarnej różnymi sposobami oraz rozwiązywanie zadań „rachunkowych” różnymi sposobami.
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Aksjomatyka geometrii euklidesowej i jej weryfikacja w modelu płaszczyzny rzeczywistej z kartezjańskim układem współrzędnych.
2. Wektorowa notacja punktów i macierzowy zapis przekształceń płaszczyzny.
3. Iloczyn skalarny i grupa izometrii płaszczyzny.
4. Kąty i grupa podobieństw.
5. Stosunek podziału odcinka. Grupa przekształceń afinicznych.
6. Dwustosunek czwórki punktów i inwersja. Potęga punktu względem okręgu i prosta potęgowa.

7. Podstawowe własności wielokątów oraz okręgów i relacje między nimi.
8. Figury wypukłe. Związki miarowe w trójkątach.
9. Podstawowe twierdzenia: Pitagorasa (proste i odwrotne), cosinusów, Talesa (proste i odwrotne), o dwusiecznej kąta trójkąta, twierdzenia Cevy i Menelaosa (proste i odwrotne), prosta Eulera i okrąg dziewięciu punktów. Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg i twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu. Twierdzenia Ptolemeusza.

## Wykaz literatury podstawowej

1. J. Szczawińska, J. Szpond, Geometria elementarna. Notatki do wykładu, Wydawnictwo Szkolne OMEGA, Kraków, 2019

Własne materiały umieszczane na stronie internetowej wykładu.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. W. Bednarek, Zbiór zadań dla uczniów lubiących matematykę, (szkoła średnia), Gdańsk, 1995
2. H.S.M. Coxeter, Wstęp do geometrii dawnej i nowej, PWN, Warszawa, 1967
3. R. Doman, Wykłady z geometrii elementarnej, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań, 2001
4. J. Górski, A. Łomnicki, Planimetria, wyd. Kleks, Bielsko-Biała, 1996
5. Z. Krygowska, Geometria, cz. I,II,IV, PZWS, Warszawa, 1971-75
6. M. Małek, Zbiór zadań, cz. 1,2,3, GWO, Gdańsk, 1994-1998

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	40
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	20
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	95
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	55
Ogółem bilans czasu pracy		225
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		9

## Algebra liniowa 2

### KARTA KURSU

Nazwa	Algebra liniowa 2	
Nazwa w j. ang.	Linear Algebra 2	
Koordynator	Kierownik Katedry Algebra	Zespół dydaktyczny
		Katedra Algebra
Punktacja ECTS*	9	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Przedstawienie elementów klasyfikacji endomorfizmów liniowych oraz zapoznanie z podstawowymi elementami teorii przestrzeni euklidesowych oraz przestrzeni afinicznych.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Elementarne wiadomości o grupach, pierścieniach, ciałach i przestrzeniach wektorowych. Znajomość pojęć i twierdzeń związanych z macierzami i wyznacznikami.
Umiejętności	Rozpoznawanie struktur algebraicznych w znanych obiektach algebraicznych (permutacje, izometrie, podzbiory zbioru liczb rzeczywistych i zespolonych, macierze). Badanie liniowej niezależności układu wektorów i możliwości generowania podprzestrzeni. Obliczanie wyznaczników oraz wyznaczanie macierzy odwrotnej do macierzy odwracalnej. Wyznaczanie macierzy odwzorowania liniowego.
Kursy	Algebra liniowa 1

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie przedstawiać rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje	K_U01
	U02 posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki	K_U06
	U03 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy	K_U16
	U04 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych	K_U17
	U05 umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U18
	U06 rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach; potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań	K_U19
	U07 znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach; oblicza wartości własne oraz wektory własne macierzy i potrafi wyjaśnić sens geometryczny tych pojęć	K_U20
	U08 rozpoznaje problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takich problemów	K_U25

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02	

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	15	40	0	0	0	0	0	0	0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykłady -- częściowo prowadzone metodą odwróconej klasy. Ćwiczenia – zadania tablicowe i domowe. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy**	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X							X			X	X	X
W02	X							X			X	X	X
W03	X							X			X	X	X
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
U03								X			X	X	
U04								X			X	X	
U05								X			X	X	
U06								X			X	X	
U07								X			X	X	
U08								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny



Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach, w tym w wykładzie, oraz uzyskanie określonej liczby punktów z prac pisemnych i aktywności.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Endomorfizmy liniowe. Wartości i wektory własne. Permutacje. Wyznacznik. Teoria Jordana. Podprzestrzenie niezmiennicze. Ortogonalność. Formy dwuliniowe. Rozkład macierzy kwadratowych.

### Wykaz literatury podstawowej

1. T. Szemberg: Algebra liniowa, skrypt udostępniany podczas zajęć.
2. M. Płak, K. Gryszka, B. Hejmej, Algebra liniowa – notatki do wykładu z zadaniami, Wyd. Szkolne OMEGA, Kraków 2019.

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. A. I. Kostrykin, Wstęp do Algebry. Algebra liniowa, PWN Warszawa 2004.
2. G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, cz. I i II, WNT Warszawa 2002.
3. P. Knabner, W. Barth, Lineare Algebra: Grundlagen und Anwendungen, Springer 2013.
4. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2, Oficyna Wyd. GiS Wrocław 2002.
5. J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN Warszawa 2012.
6. I. Nabałek, Zadania z algebry liniowej, WNT Warszawa 2006.

### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	40
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	20
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	90
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	60
Ogółem bilans czasu pracy		225
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		9

## Język obcy

Karty języków obcych są dostępne na stronie Centrum Języków Obcych:  
<https://cjo.up.krakow.pl/karty-kursow/>

## Semestr 3

## Analiza matematyczna 2

## KARTA KURSU

Nazwa	Analiza matematyczna 2
Nazwa w j. ang.	Mathematical Analysis 2

Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej
Punktacja ECTS*	10	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami analizy matematycznej niezbędnymi do studiowania różnych działów matematyki oraz wprowadzenie ich w elementy metody matematycznej przez dowodzenie twierdzeń, konstrukcje przykładów i kontrprzykładów.

## Warunki wstępne

Wiedza	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Zna definicje i własności funkcji, pochodnej funkcji.</li> <li>2. Zna definicję ciągu liczbowego i jego granicy oraz podstawowe twierdzenia związane z tymi pojęciami.</li> <li>3. Zna różne definicje granicy i ciągłości funkcji oraz ich własności.</li> <li>4. Zna definicję szeregu liczbowego i podstawowe kryteria jego zbieżności.</li> </ol>
Umiejętności	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Potrafi wyznaczać dziedzinę i przeciwdziedzinę, miejsca zerowe, badać monotoniczność i różnowartościowość, potrafi dowodzić podstawowe własności tych pojęć, umie składać i odwracać funkcje, posługiwać się wykresami funkcji elementarnych.</li> <li>2. Umie obliczać granice ciągów i funkcji oraz sprawdzać ciągłość funkcji stosując poznane twierdzenia.</li> <li>3. Potrafi badać przebieg zmienności funkcji jednej zmiennej za pomocą metod rachunku różniczkowego.</li> <li>4. Umie badać zbieżność i zbieżność bezwzględną szeregów liczbowych.</li> </ol>
Kursy	Analiza matematyczna 1, Wstęp do logiki i teorii mnogości.

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05
	W04 zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego jednej i wielu zmiennych, a także przykłady wykorzystywania w nim wybranych pojęć algebry liniowej i topologii	K_W07
	W05 zna na poziomie podstawowym co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych	K_W09

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie niektóre funkcje i relacje	K_U03
	U02 potrafi definiować funkcje, także z wykorzystaniem przejść granicznych i opisywać ich własności	K_U09
	U03 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi – na prostym i średnim poziomie trudności – obliczać granice ciągów i funkcji, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U10
	U04 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U11
	U05 umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu zmienności funkcji, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań	K_U12
	U06 potrafi zdefiniować całkę oznaczoną, całkę wielokrotną, oraz podać geometryczne interpretacje tych całek	K_U13
	U07 potrafi obliczać całki, wykorzystując podstawowe techniki ich obliczania (całkowanie przez części i przez podstawienie), umie zmieniać kolejność całkowania w całkach wielokrotnych; zna całkowite wzory na pola powierzchni gładkich i objętości niektórych brył	K_U14
	U08 potrafi wykorzystywać narzędzia i metody numeryczne do rozwiązywania wybranych zagadnień rachunku różniczkowego i całkowego, w tym także problemów związanych z zastosowaniami tego rachunku	K_U15
	U09 umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U18

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozmowania	K_K02
K02 potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych	K_K07	

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	25	50	0	0	0	0	0	0	0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, ćwiczenia, zadania domowe, konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X							X			X	X	X
W02	X							X			X	X	X
W03	X							X			X	X	X
W04	X							X			X	X	X
W05	X							X			X	X	X
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
U03								X			X	X	
U04								X			X	X	
U05								X			X	X	
U06								X			X	X	
U07								X			X	X	
U08								X			X	X	
U09								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Zaliczenie z wykładu i ćwiczeń. Ocena z ćwiczeń na podstawie wyników prac pisemnych i odpowiedzi ustnych. Zaliczenie z wykładu na podstawie zaliczenia ćwiczeń.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wzór Taylora i jego zastosowania (ekstrema lokalne, wypukłość).</li> <li>2. Szeregi liczbowe. Kryteria zbieżności szeregów. Zbieżność bezwzględna i warunkowa. Mnożenie szeregów.</li> <li>3. Rachunek całkowy funkcji zmiennej rzeczywistej. Całka nieoznaczona. Całkowanie elementarne. Całka oznaczona. Własności całki oznaczonej. Warunki konieczne i wystarczające całkowalności. Zastosowanie geometryczne i fizyczne całki. Całki niewłaściwe. Kryterium całkowe zbieżności szeregu.</li> <li>4. Ciągi i szeregi funkcyjne. Pojęcie ciągu i szeregu funkcyjnego. Zbieżność punktowa i na przedziale ciągu funkcyjnego, zbieżność jednostajna ciągu funkcyjnego. Kryteria zbieżności jednostajnej szeregów funkcyjnych. Ciągłość, różniczkowalność granicy ciągu funkcyjnego i sumy szeregu funkcyjnego. Różniczkowanie i całkowanie szeregu funkcyjnego wyraz po wyrazie.</li> <li>5. Szeregi potęgowe. Szereg Taylora. Rozwijanie w szereg Taylora funkcji elementarnych.</li> <li>6. Szeregi Fouriera. Pojęcie szeregu Fouriera. Rozwijanie funkcji elementarnych w szereg Fouriera. Twierdzenie Weierstrassa dla odcinka.</li> <li>7. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych.</li> </ol>
---

### Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WN-T, Warszawa 1994.</li> <li>2. R. Rudnicki, Wykłady z analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2001.</li> </ol>
---

### Wykaz literatury uzupełniającej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. T. Radozycki, Solving Problems in Mathematical Analysis, Part II, Springer, 2020</li> <li>2. G. N. Berman, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999.</li> <li>3. B. P. Demidowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, OWPW, 2020</li> <li>4. J. Dieudonne, Foundations of Modern Analysis, Academic Press, New York and London, 1969.</li> <li>5. G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. I, PWN, Warszawa 1985.</li> <li>6. W. Kaczor, M. Nowak, Zadania z analizy matematycznej, cz. I,II,III Wydawnictwo UMCS, Lublin 1996.</li> <li>7. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 1976.</li> </ol>
---

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	25
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	50
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	10
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	100
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	65
Ogółem bilans czasu pracy		250
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		10



# Topologia

## KARTA KURSU

Nazwa	Topologia	
Nazwa w j. ang.	Topology	
Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej
Punktacja ECTS*	4	

### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z przestrzeniami topologicznymi oraz ich własnościami (np. ośrodkowość, zwartość, zupełność, spójność) w stopniu pozwalającym na wykorzystanie zdobytej wiedzy w trakcie dalszych studiów (m.in. na analizie funkcjonalnej, analizie zespolonej).

### Warunki wstępne

Wiedza	Podstawowe wiadomości z zakresu rachunku zdań i kwantyfikatorów, znajomość definicji i własności funkcji (injektywność, surjektywność, obraz, przeciwobraz) analizy matematycznej (znajomość podstawowych własności przestrzeni metrycznych).
Umiejętności	Posługiwanie się pojęciami teorii mnogości (wyznaczanie obrazu i przeciwobrazu funkcji) oraz podstawowymi pojęciami z analizy matematycznej.
Kursy	Analiza matematyczna

### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 rozpoznaje i określa najważniejsze własności topologiczne podzbiorów przestrzeni euklidesowej i przestrzeni metrycznych	K_U23
	U02 umie wykorzystywać własności topologiczne zbiorów i funkcji do rozwiązywania zadań o charakterze jakościowym	K_U24

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	15	0		25		0		0		0		0

#### Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład tradycyjny na tablicy. Ćwiczenie w formie rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych. Zadania domowe. Kartkówki podczas ćwiczeń. Zajęcia mogą również być prowadzone zdalnie.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X			X	X	X
W02								X			X	X	X
W03								X			X	X	X
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena zaliczenia: na podstawie kolokwium i odpowiedzi ustnych na ćwiczeniach. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z wykładu i ćwiczeń. Ocena końcowa ustalana jest w trakcie egzaminu ustnego z uwzględnieniem wyniku egzaminu pisemnego.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Przestrzenie topologiczne: podstawowe definicje</li> <li>2. Bazy i podbazy</li> <li>3. Aksjomaty przeliczalności i związki między nimi.</li> <li>4. Odwzorowania ciągle na przestrzeniach topologicznych</li> <li>5. Homeomorfizmy, odwzorowania otwarte i domknięte.</li> <li>6. Aksjomaty oddzielania</li> <li>7. Topologia produktowa</li> <li>8. Przestrzenie zwarte i lokalnie zwarte</li> <li>9. Przestrzenie spójne i lokalnie spójne</li> <li>10. Zbiory gęste, nigdziegęste itp.</li> <li>11. Przestrzenie ośrodkowe (a) Punkty skupienia, pochodna, zbiór gęsty. (b) Przestrzeń ośrodkowa - definicja i przykłady. (c) IIAP <math>\Rightarrow</math> ośrodkowość. (d) Zbiory brzegowe i nigdziegęste. Kategorie Baire'a. (e) Twierdzenia Baire'a. Zbiory <math>F_\sigma</math> i <math>G_\delta</math>.</li> </ol> <p>9. Topologia ilorazowa (a) Definicja i przykłady. (b) Rzutowanie kanoniczne. Sklejanie topologii.</p>
---

## Wykaz literatury podstawowej

1. E. Jabłońska, J. Krzyszkowski, Topologia – notatki do wykładu, Wydawnictwo szkolne Omega, Kraków 2020.
---

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. R. Engelking, Topologia ogólna, PWN, Warszawa 1975.
2. R. Engelking, K. Sieklucki, Wstęp do topologii, PWN, Warszawa 1986.
3. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN, Warszawa 1977.
4. A. Mysior, A regular space which is not completely regular, Proc. Amer. Math. Soc. 81 (1981), 652-653.
4. J. Krzyszkowski, E. Turdza, Elementy topologii, WN AP, Kraków 2000

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	25
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	5
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	25
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	30
Ogółem bilans czasu pracy		100
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		4

## Język obcy

Karty języków obcych są dostępne na stronie Centrum Języków Obcych:  
<https://cjo.up.krakow.pl/karty-kursow/>

## Semestr 4

## Analiza matematyczna 3

## KARTA KURSU

Nazwa	Analiza matematyczna 3
Nazwa w j. ang.	Mathematical Analysis 3

Koordynator	Kierownik Katedry Analizy Matematycznej	Zespół dydaktyczny
		Katedra Analizy Matematycznej
Punktacja ECTS*	8	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Celem kursu jest zapoznanie studentów z metodami rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych oraz ukazanie sposobów uogólniania pojęć pochodnej i całki funkcji jednej zmiennej na przypadek funkcji wielu zmiennych.

## Warunki wstępne

Wiedza	Rozumie pojęcie przestrzeni wektorowej i odwzorowania liniowego. Posiada podstawową wiedzę z zakresu analizy matematycznej funkcji jednej zmiennej. Zna definicję całki nieoznaczonej i oznaczonej .
Umiejętności	Potrafi wyznaczać pochodne i całki nieoznaczone i oznaczone dla funkcji jednej zmiennej. Posługuje się metodami algebry liniowej (działania w przestrzeniach liniowych, iloczyn skalarny, arytmetyka macierzy).
Kursy	Analiza matematyczna 1, 2. Algebra liniowa 1,2.

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05
	W04 zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego jednej i wielu zmiennych, a także przykłady wykorzystywania w nim wybranych pojęć algebry liniowej i topologii	K_W07
	W05 zna na poziomie podstawowym co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych	K_W09

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U08
	U02 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi – na prostym i średnim poziomie trudności – obliczać granice ciągów i funkcji, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U10
	U03 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U11
	U04 umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniem przebiegu zmienności funkcji, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań	K_U12
	U05 potrafi zdefiniować całkę oznaczoną, całkę wielokrotną, oraz podać geometryczne interpretacje tych całek	K_U13
	U06 potrafi obliczać całki, wykorzystując podstawowe techniki ich obliczania (całkowanie przez części i przez podstawienie), umie zmieniać kolejność całkowania w całkach wielokrotnych; zna całkowite wzory na pola powierzchni gładkich i objętości niektórych brył	K_U14
	U07 potrafi wykorzystywać narzędzia i metody numeryczne do rozwiązywania wybranych zagadnień rachunku różniczkowego i całkowego, w tym także problemów związanych z zastosowaniami tego rachunku	K_U15
	U08 umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać: interpretacje geometryczne wartości bezwzględnej wyznaczników drugiego i trzeciego stopnia, zna przykłady wykorzystywania wyznaczników w analizie matematycznej	K_U18
	U09 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy się tego uczyć i doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U36



Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02
K02 potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych	K_K07	

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	25	35	0	0	0	0	0	0	0

#### Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład tradycyjną metodą tablicową (z udziałem studentów w dyskusji), czasami z wykorzystaniem urządzeń multimedialnych, rozwiązywanie zadań i dyskusja na ćwiczeniach, zadania domowe, testy zdalne w ramach zajęć e-learningowych, konsultacje.

#### Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X							X			X	X	X
W02	X							X			X	X	X
W03	X							X			X	X	X
W04	X							X			X	X	X
W05	X							X			X	X	X
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
U03								X			X	X	
U04								X			X	X	
U05								X			X	X	
U06								X			X	X	
U07								X			X	X	
U08								X			X	X	
U09								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena z ćwiczeń na podstawie wyników prac pisemnych i odpowiedzi ustnych. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z wykładu i ćwiczeń.
----------------	--

Uwagi	
-------	--

#### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych. Pochodne cząstkowe, kierunkowe i pochodna Frecheta. Sens geometryczny pochodnej. Macierz Jacobiego, jacobian i gradient. Działania na odwzorowaniach, a pochodne. Pochodne wyższych rzędów. Twierdzenie o wartości średniej. Wzór Taylora. Zastosowania rachunku różniczkowego do wyznaczania ekstremów lokalnych. Twierdzenie o odwzorowaniu uwikłanym i o lokalnej odwracalności.
2. Całki wielokrotne. Wielokrotna całka Riemanna. Całki iterowane. Całki wielokrotne w obszarze normalnym i regularnym. Twierdzenie o zamianie zmiennych. Zastosowania geometryczne, obliczanie objętości brył i pola płata powierzchniowego. Zastosowania w fizyce.
3. Elementy teorii całki krzywoliniowej i powierzchniowej.
4. Aksjomatyka liczb rzeczywistych.

#### Wykaz literatury podstawowej

1. R. Rudnicki, Wykłady z analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2012.
2. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WN-T, Warszawa 1994.

#### Wykaz literatury uzupełniającej

1. G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. II, III, PWN, Warszawa 1985.
2. W. Kryszki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, cz. II, PWN, Warszawa, 2006.
3. B.P. Demidowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, OWPW, 2020.
4. T. Radożycki, Solving Problems in Mathematical Analysis, Part III, Springer 2020
5. G. N. Berman, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	25
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	35
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	10
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	75
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	55
Ogółem bilans czasu pracy		200
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		8

## Rachunek prawdopodobieństwa

### KARTA KURSU

Nazwa	Rachunek prawdopodobieństwa	
Nazwa w j. ang.	Propability Theory	
Koordynator	Kierownik Katedry Zastosowań Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Zastosowań Matematyki
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa. Kształtowanie intuicji probabilistycznych poprzez rozwiązywanie zadań powstałych na tle różnych sytuacji życiowych. Przedstawianie pojęć, metod i wnioskowań probabilistycznych jako matematycznych narzędzi opisu i badania rzeczywistości, wskazywanie przykładów stosowania matematyki z wyraźnym podziałem na: fazę matematyzacji, fazę rachunków i dedukcji oraz fazę interpretacji.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z kursów: Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 2, Analiza matematyczna 1-2.
Umiejętności	Umiejętności nabyte na kursach: Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 2, Analiza matematyczna 1-2
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 2, Analiza matematyczna 1-2

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie budowę teorii matematycznych, zna narzędzia matematyczne przydatne do opisu i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk	K_W03
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki	K_U06
	U02 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi – na prostym i średnim poziomie trudności – obliczać granice ciągów i funkcji, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U10
	U03 posługuje się pojęciem przestrzeni probabilistycznej; potrafi zbudować i przeanalizować model matematyczny eksperymentu losowego	K_U30
	U04 potrafi podać różne przykłady dyskretnych i ciągłych rozkładów prawdopodobieństwa i omówić wybrane eksperymenty losowe oraz modele matematyczne, w jakich te rozkłady występują; umie zastosować podstawowe rozkłady w praktyce	K_U31
	U05 umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa	K_U32
	U06 potrafi wyznaczyć parametry rozkładu zmiennej losowej o rozkładzie dyskretnym i ciągłym; potrafi wykorzystać twierdzenia graniczne i prawa wielkich liczb do szacowania prawdopodobieństw	K_U33

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	10	20	0	0	0	0	0	0	

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykłady. Zadania tablicowe i domowe. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X			X	X	
W02	X							X			X	X	
W03	X							X			X	X	
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
U03								X			X	X	
U04								X			X	X	
U05								X			X	X	
U06								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	<p>Ocena końcowa z ćwiczeń wystawiana jest na podstawie wyników dwóch kolokwium. Ocena ta uwzględnia również aktywność studenta wykazaną w czasie ćwiczeń. Dodatkowym warunkiem zaliczenia ćwiczeń jest odpowiednia frekwencja: dopuszczalna jest co najwyżej jedna nieobecność nieusprawiedliwiona, jednocześnie liczba wszystkich nieobecności nie może być większa od 5. Nieobecność nieusprawiedliwiona na kolokwium skutkuje przyznaniem 0 pkt. za to kolokwium. Aby być dopuszczonym do egzaminu konieczne jest zaliczenie ćwiczeń. Wykład jest obowiązkowy, a dopuszczalne są 4 nieobecności.</p> <p>Ocena końcowa za egzamin jest średnią ważoną i uwzględnia: w 30% ocenę z ćwiczeń oraz w 70% ocenę uzyskaną za egzamin ustny.</p> <p>Aby otrzymać pozytywną ocenę końcową za egzamin należy zdać egzamin ustny, czyli otrzymać za ten egzamin co najmniej ocenę dostateczną.</p>
----------------	---

Uwagi

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Przestrzeń probabilistyczna dyskretna. Przestrzeń probabilistyczna jako model doświadczenia losowego. Drzewo stochastyczne jako środek konstrukcji przestrzeni probabilistycznej. Drzewo a podstawowe pojęcia i wzory kombinatoryczne. Klasyczna przestrzeń probabilistyczna. Losowanie próbki. Algebra zdarzeń. Układ zupełny zdarzeń. Definicja prawdopodobieństwa zdarzenia w dyskretnej przestrzeni probabilistycznej. Różne aspekty prawdopodobieństwa (klasyczny, miarowy, statystyczny, subiektywny,

idea stochastycznego grafu przepływu). Własności prawdopodobieństwa. Aksjomatyczna definicja przestrzeni probabilistycznej. Geometryczna przestrzeń probabilistyczna. Prawdopodobieństwo geometryczne. Zdarzenia praktycznie niemożliwe. Prawdopodobieństwo jako ocena pewnego ryzyka i narzędzie weryfikacji hipotez. Rozstrzyganie środkami matematycznymi czy dany fakt jest rezultatem wiedzy, talentu, czy też przypadku (np. zgadywania). Prawdopodobieństwo klasyczne. Prawdopodobieństwo warunkowe. Prawdopodobieństwo całkowite. Prawdopodobieństwo warunkowe a posteriori. Wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Produkt kartezjański przestrzeni probabilistycznych. Produktowe przestrzenie probabilistyczne dla serii doświadczeń niezależnych. Schemat Bernoulliego. Zmienna losowa w dyskretnej przestrzeni probabilistycznej i jej rozkład. Rozkład dwumianowy. Czekanie na pierwszy sukces. Rozkład geometryczny. Schemat Pascala. Schematy urnowe. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana. Wariancja. Niezależność zmiennych losowych. Kowariancja i współczynnik korelacji. Ciągi zmiennych losowych i ich rozkłady. Zbieżność stochastyczna. Prawo wielkich liczb Bernoulliego. Prawo wielkich liczb Bernoulliego a szacowanie prawdopodobieństwa zdarzenia za pomocą jego częstości. Pojęcie procesu stochastycznego. Jednorodny łańcuch Markowa i jego graf stochastyczny. Grafy Engla. Gra losowa, strategiczna gra losowa i hazardowa gra losowa a odkrywanie pojęć i metod stochastycznych. Rysunek jako środek matematyzacji i argumentacji.

## Wykaz literatury podstawowej

1. J. Jakubowski, R. Sztencel, Prawdopodobieństwo dla (prawie) każdego, SCRIPT, 2002.
2. L.T. Kubik, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN, Warszawa 1980.
3. A. Płocki, Prawdopodobieństwo wokół nas, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 2004.

## Wykaz literatury uzupełniającej

- E. Łakoma, Historyczny rozwój prawdopodobieństwa, CODN, Warszawa 1992.  
 A. Płocki, Co Przypadek sprawił w Przypadkowie, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 2000.  
 A. Płocki, Czy Paulina była w Przypadkowie gapą, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 2000.  
 A. Płocki, Kto był w Przypadkowie dżentelmenem, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice 2000.  
 A. Płocki, P. Tlusty, Kombinatoryka wokół nas, Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock 2010.  
 A. Płocki, Dydaktyka stochastyki, Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock 2005.  
 A. Żak, T. Zakrzewski, Kombinatoryka, prawdopodobieństwo i zdrowy rozsądek, Quadrivium, Wrocław, 1994.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	10
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	20
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	12
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	43
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	40
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5

# Algebra abstrakcyjna 1

## KARTA KURSU

Nazwa	Algebra abstrakcyjna 1
Nazwa w j. ang.	Abstract Algebra 1

Koordynator	Kierownik Katedry Algebra	Zespół dydaktyczny
		Katedra Algebra
Punktacja ECTS*	6	

### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie słuchaczy z podstawami teorii grup. Poszerzenie i usystematyzowanie wiedzy o tych strukturach algebraicznych, które studenci napotkali wcześniej w szkole i na studiach (np. grupy permutacji). Prezentacja prostych i typowych zastosowań algebry abstrakcyjnej (np. w teorii liczb).

### Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstaw logiki, teorii mnogości i algebry liniowej.
Umiejętności	Ilustrowanie abstrakcyjnych definicji przykładami, prowadzenie elementarnych rozumowań.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, 2.

### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05



	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezjańskich	K_U05
	U02 umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U08
	U03 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych	K_U17

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	10	25		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład. Zajęcia tablicowe. Ćwiczenia sprawdzające. Praca w grupach.
---

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X			X	X	X
W02								X			X	X	X
W03								X			X	X	X
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
U03								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena z ćwiczeń na podstawie aktywnego udziału w zajęciach oraz wyników sprawdzianów pisemnych.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<p>1. Struktury algebraiczne</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-działania (działanie dwuargumentowe wewnętrzne-łączność, przemienność, element neutralny, elementy odwracalne, rozdzielnosc działań względem siebie; działanie zewnętrzne)</li> <li>-hierarchia struktur algebraicznych (półgrupa, monoid, grupa, pierścień, ciało, moduł nad pierścieniem, algebra nad ciałem)</li> <li>-budowa nowych struktur ze struktur danych (podstruktura, iloczyn prosty, relacja równoważności zgodna z działaniem, struktura ilorazowa)</li> </ul> <p>2. Podstawy arytmetyki liczb całkowitych</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-pierścień liczb całkowitych jako pierścień całkowity i uporządkowany</li> <li>-podzielność (największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność)</li> </ul> <p>fundamentalne twierdzenie arytmetyki</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-twierdzenie o dzieleniu z resztą i algorytm Euklidesa</li> </ul> <p>3. Grupy</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-podstawowe definicje i przykłady (grupy abelowe związane z pierścieniami i ciałami, grupy przekształceń inspirowane geometrią, iloczyn prosty)</li> <li>-podgrupy (generatory, grupy cykliczne, rząd elementu, funkcja Eulera, warstwy podgrupy, indeks podgrupy, tw. Lagrange'a, podgrupy normalne, grupa ilorazowa)</li> <li>-homomorfizmy grup (jądro, obraz, tw. Cayleya, twierdzenia o izomorfizmach kanonicznych)</li> <li>-działanie grupy na zbiorze (orbita, stabilizator, równanie klas, liczba orbit)</li> <li>-grupa permutacji zbioru skończonego (generowanie przez transpozycje, cykle, grupa alternująca)</li> <li>-grupy abelowe skończenie generowane (tw. strukturalne -bez dowodu)</li> <li>-komutanty, abelianizacja,</li> <li>-p-grupy,</li> <li>-grupy rozwiązalne, rozwiązalność p-grup, rozwiązalność i nierozwiązalność grup symetrycznych</li> </ul>
--

## Wykaz literatury podstawowej

- |   |
|---|
| 1. A. Białynicki -Birula, Algebra, PWN, 1971                          |
| 2. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa 2012 |

## Wykaz literatury uzupełniającej

- |   |
|---|
| 1. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, Algebra współczesna z zastosowaniami, WNT 2008 |
| 2. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2004   |
| 3. A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.1, t.3, PWN 2004                          |
| 4. Z. Opial, Algebra wyższa, PWN 1976   |
| 5. O. Artemowicz, A. Piękosz, Algebra, Wyd.PK 2010                                |
| 6. T. W. Hungerford, Algebra, Springer 1974                                       |
| 7. W. Marzantowicz, P. Zarzycki, Elementy teorii liczb, Wyd. Naukowe UAM 1999     |
| 8. K. Spindler, Abstract Algebra with Applications, vol.I-II, Marcel Dekker 1994  |
| 9. E. B. Vinberg, A Course in Algebra, AMS 2003                                   |

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	10
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	25
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	15
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	55
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	45
Ogółem bilans czasu pracy		150
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		6

## Język obcy

Karty języków obcych są dostępne na stronie Centrum Języków Obcych:  
<https://cjo.up.krakow.pl/karty-kursow/>

## Semestr 5

## Wstęp do równań różniczkowych

## KARTA KURSU

Nazwa	Wstęp do równań różniczkowych
Nazwa w j. ang.	Introduction to Differential Equations

Koordynator	Kierownik Katedry Zastosowań Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Zastosowań Matematyki
Punktacja ECTS*	3	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie z podstawowymi definicjami i twierdzeniami dotyczącymi równań różniczkowych zwyczajnych, w tym z twierdzeniami o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań. Zaznajomienie z metodami rozwiązywania równań różniczkowych.

## Warunki wstępne

Wiedza	Rachunek różniczkowy funkcji jednej i wielu zmiennych. Twierdzenie o funkcji uwikłanej. Rachunek całkowy. Ciągłość odwzorowań. Algebra macierzy i wyznaczniki.
Umiejętności	Obliczanie całek nieoznaczonych i oznaczonych. Obliczanie całek krzywoliniowych. Różniczkowanie funkcji.
Kursy	Analiza 1, 2, 3. Algebra liniowa 1, 2.

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi wykorzystywać narzędzia i metody numeryczne do rozwiązywania wybranych zagadnień rachunku różniczkowego i całkowego, w tym także problemów związanych z zastosowaniami tego rachunku	K_U15
	U02 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy	K_U16
	U03 potrafi rozpoznać różne typy równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu; potrafi zastosować odpowiednie metody do rozwiązywania wybranych typów równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu	K_U21
	U04 potrafi zinterpretować i zastosować równania różniczkowe pierwszego i drugiego rzędu w wybranych zagadnieniach fizycznych, geometrycznych i innych	K_U22

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 rozumie potrzebę popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej	K_K05

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	10	10		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykłady. Zadania tablicowe i domowe. Konsultacje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X					X
W02								X					X
W03								X					X
U01								X					
U02								X					
U03								X					
U04								X					
K01								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena końcowa uwzględnia w 50% aktywność studenta wykazaną w czasie ćwiczeń oraz w 50% aktywność studenta wykazaną w czasie rozmowy ustnej.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Równania różniczkowe pierwszego rzędu  
 Przykłady i pojęcia wstępne.  
 Równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych.  
 Równania różniczkowe jednorodne.  
 Równania różniczkowe liniowe.  
 Równanie różniczkowe Bernoulliego.  
 Równanie różniczkowe zupełne.  
 Krzywe ortogonalne.  
 Pojęcia wstępne dla równań różniczkowych drugiego rzędu.  
 Równania drugiego rzędu sprowadzalne do równań pierwszego rzędu.

2. Równania różniczkowe liniowe drugiego rzędu.  
 Pojęcia wstępne.  
 Równania różniczkowe liniowe jednorodne.  
 Wrońskian a liniowa niezależność rozwiązań.  
 Równania różniczkowe liniowe o stałych współczynnikach.  
 Równania różniczkowe liniowe niejednorodne.  
 Metoda uzmiennienia stałych.  
 Metoda współczynników nieoznaczonych.

## Wykaz literatury podstawowej

1. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, wyd. 16, PWN, Warszawa 1979.
2. W. Leksiński, W. Żakowski, Matematyka cz. IV, WNT, Warszawa 1984.
3. R. Rudnicki, Wykłady z analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2002,
4. M. Gewert, Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza GIS, Wrocław 2007,
5. A. Palczewski, Równania różniczkowe zwyczajne, WNT, Warszawa 1999,2004.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. A. Pelczar, J. Szarski, Wstęp do teorii równań różniczkowych, PWN, Warszawa 1989,
2. W. Pogorzelski, Analiza matematyczna t.IV, PWN, Warszawa 1949,
3. W. Walter, Ordinary differential equation, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg 1998

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	10
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	10
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	5
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	25
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	25
Ogółem bilans czasu pracy		75
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		3



## Algebra abstrakcyjna 2

### KARTA KURSU

Nazwa	Algebra abstrakcyjna 2	
Nazwa w j. ang.	Abstract Algebra 2	
Koordynator	Kierownik Katedry Algebra	Zespół dydaktyczny
		Katedra Algebra
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie słuchaczy z podstawami teorii pierścieni i ciał. Poszerzenie i usystematyzowanie wiedzy o tych strukturach algebraicznych, które studenci napotkali wcześniej w szkole i na studiach (np. pierścień liczb całkowitych, pierścienie wielomianów, ciała liczb). Prezentacja prostych i typowych zastosowań algebry abstrakcyjnej (np. w teorii liczb).

#### Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstaw logiki, teorii mnogości, algebry liniowej oraz algebry abstrakcyjnej 1.
Umiejętności	Ilustrowanie abstrakcyjnych definicji przykładami, prowadzenie elementarnych rozumowań.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, 2, Algebra abstrakcyjna 1

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05
	W04 zna na poziomie podstawowym co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych	K_W09

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezjańskich	K_U05
	U02 umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U08
	U03 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych	K_U17

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	10	20		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład. Zajęcia tablicowe. Ćwiczenia sprawdzające. Praca w grupach.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01	X							X			X	X	X
W02	X							X			X	X	X
W03	X							X			X	X	X
W04	X							X			X	X	X
U01								X			X	X	
U02								X			X	X	
U03								X			X	X	
K01								X			X	X	
K02								X			X	X	

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą do uzyskania pozytywnej oceny końcowej jest aktywny udział w zajęciach, uzyskanie co najmniej 50% punktów ze sprawdzianów pisemnych oraz oceny pozytywnej z egzaminu.
----------------	--

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<p>1. Pierścienie</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-podstawowe definicje i przykłady (podpierścień -centrum pierścienia, dzielniki zera, grupa elementów odwracalnych, pierścień cała wity, pierścień z dzieleniem -pierścień kwaternionów, ciała)</li> <li>-pierścienie reszt (tw. Eulera, małe tw. Fermata, cechy podzielności liczb naturalnych)</li> <li>-pierścienie wielomianów (pierścień wielomianów wielu zmiennych nad pierścieniem przemiennym, stopień wielomianu)</li> <li>-ideały w pierścieniach przemiennych (ideał generowany przez zbiór, ideały główne, pierścienie ilorazowe, tw. chińskie o resztach, ideały pierwsze i maksymalne)</li> <li>-homomorfizmy pierścieni (jądro, obraz, twierdzenia o izomorfizmach kanonicznych)</li> <li>-podzielność w pierścieniach wielomianów nad ciałem (dzielenie z resztą, tw. Bezouta, schemat Hornera, pierwiastki wielomianu, wielomiany symetryczne, wzory Viète'a, algorytm Euklidesa, wielomiany nierozkładalne nad pierścieniem całkowitym)</li> </ul> <p>2. Ciała</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-podstawowe definicje i przykłady (charakterystyka ciała, ciało ułamków pierścienia całkowitego)</li> <li>- liczby algebraiczne, liczby przestępne</li> </ul>
---

## Wykaz literatury podstawowej

- |   |
|---|
| 1. A. Białynicki -Birula, Algebra, PWN, 1971                          |
| 2. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa 2012 |

## Wykaz literatury uzupełniającej

- |   |
|---|
| 1. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, Algebra współczesna z zastosowaniami, WNT 2008 |
| 2. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2004   |
| 3. A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.1, t.3, PWN 2004                          |
| 4. Z. Opial, Algebra wyższa, PWN 1976   |
| 5. O. Artemowicz, A. Piękosz, Algebra, Wyd.PK 2010                                |
| 6. T. W. Hungerford, Algebra, Springer 1974                                       |
| 7. W. Marzantowicz, P. Zarzycki, Elementy teorii liczb, Wyd. Naukowe UAM 1999     |
| 8. K. Spindler, Abstract Algebra with Applications, vol.I-II, Marcel Dekker 1994  |
| 9. E. B. Vinberg, A Course in Algebra, AMS 2003                                   |

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	10
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	20
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	12
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	48
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	35
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5

## Seminarium dyplomowe I

### KARTA KURSU

Nazwa	Seminarium dyplomowe I
Nazwa w j. ang.	Diplom seminar I

Koordynator	Dyrektor Instytutu Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Pracownicy Instytutu Matematyki
Punktacja ECTS*	2	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Poszerzenie wiadomości z wybranych działów matematyki lub dydaktyki matematyki w zakresie niezbędnym do przygotowania pracy licencjackiej

#### Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstawowych treści z kursów z lat wcześniejszych.
Umiejętności	Umiejętność korzystania z literatury matematycznej, także w języku angielskim.
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie matematyki i jej zastosowań dla rozwoju jednostki i społeczeństwa	K_W01
	W02 rozumie budowę teorii matematycznych, zna narzędzia matematyczne przydatne do opisu i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk	K_W03
	W03 zna podstawowe dylematy współczesnej cywilizacji, przy których wyjaśnianiu może być pomocna matematyka	K_W11

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie przedstawiać rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje	K_U01
	U02 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy się tego uczyć i doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U36
	U03 potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych zrozumiałym, także potocznym językiem, potrafi wyjaśniać związki i relacje między matematyką elementarną a matematyką wyższą	K_U37
	U04 Posługuje się co najmniej jednym językiem obcym na poziomie średniozaawansowanym (B2)	K_U38

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02
	K02 rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie	K_K04
	K03 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych	K_K06

		Organizacja										
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	0	0		0		0		10		0		0

Opis metod prowadzenia zajęć

--

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			
W02								X	X	X			
W03								X	X	X			
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X	X	X			
U04								X	X	X			
K01								X	X	X			
K02								X	X	X			
K03								X	X	X			

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia z oceną jest aktywny udział w zajęciach
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Zostana przedstawiane po wyborze promotora
--

## Wykaz literatury podstawowej

--

## Wykaz literatury uzupełniającej

--

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	10
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	10
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	20
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	0
Ogółem bilans czasu pracy		50
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		2



## Elementy statystyki matematycznej

### KARTA KURSU

Nazwa	Elementy statystyki matematycznej	
Nazwa w j. ang.	Mathematical Statistics	
Koordynator	Kierownik Katedry Zastosowań Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Zastosowań Matematyki
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami statystyki opisowej i statystyki matematycznej. Kształtowanie umiejętności planowania, przeprowadzania badań statystycznych (w tym zbierania i gromadzenia danych) oraz opracowania zebranych danych. Kształtowanie umiejętności interpretacji otrzymanych wyników oraz udzielania odpowiedzi na postawione wcześniej racjonalne pytania problemowe (w określonej sytuacji rzeczywistej). Kształtowanie intuicji probabilistycznych poprzez rozwiązywanie zadań powstałych na tle różnych sytuacji życiowych, ukazywanie pojęć, metod i wnioskowań probabilistycznych jako matematycznych narzędzi opisu i badania rzeczywistości, ukazywanie przykładów stosowania matematyki z wyraźnym podziałem na: fazę matematyzacji, fazę rachunków i dedukcji oraz fazę interpretacji.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z kursu: Rachunek prawdopodobieństwa.
Umiejętności	Umiejętność korzystania z literatury matematycznej, także w języku obcym.
Kursy	Rachunek prawdopodobieństwa

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie matematyki i jej zastosowań dla rozwoju jednostki i społeczeństwa	K_W01
	W02 rozumie budowę teorii matematycznych, zna narzędzia matematyczne przydatne do opisu i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk	K_W03
	W03 zna podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	K_W08
	W04 zna obowiązujące zasady bezpieczeństwa i higieny pracy oraz podstawowe pojęcia i zasady z zakresu ochrony prawa autorskiego	K_W10
	W05 zna podstawowe dylematy współczesnej cywilizacji, przy których wyjaśnianiu może być pomocna matematyka	K_W11

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U11
	U02 umie wykorzystywać programy komputerowe w zakresie analizy danych	K_U28
	U03 umie posłużyć się statystycznymi charakterystykami populacji i ich odpowiednikami próbkowymi	K_U34
	U04 umie planować badania i prowadzić proste wnioskowania statystyczne (indywidualnie lub w zespole), także z wykorzystaniem narzędzi komputerowych	K_U35

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	
K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania		K_K02

Organizacja									
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach							
		A	K	L	S	P	E		
Liczba godzin	10	0	0	20	0	0	0		

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, aktywność na zajęciach, praca laboratoryjna.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			
W02								X	X	X			X
W03								X	X	X			X
W04								X	X	X			X
W05								X	X	X			X
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X	X	X			
U04								X	X	X			
K01								X	X	X			
K02								X	X	X			

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Przedmiot kończy się zaliczeniem z oceną.
----------------	---

Uwagi	
-------	--

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Statystyka opisowa. Informacja o elementach wnioskowania statystycznego. Populacja. Cecha. Próbkę jako dane statystyczne. Estymator. Średnia z próbki jako estymator. Estymator zgodny. Estymacja. Metoda największej wiarygodności. Proste przykłady weryfikacji hipotez. Obszar krytyczny. Test istotności. Informacja o rozkładach ciągłych. Podstawowe typy rozkładów ciągłych (w tym rozkład normalny) i ich własności. Arkusz kalkulacyjny Excel jako narzędzie do obróbki statystycznej.

### Wykaz literatury podstawowej

1. J. Buga, H. Kassyk-Rokicka, Podstawy statystyki opisowej, VIZJA PRESS&IT, 2008.
2. M. Parlińska, J. Parliński, Badania statystyczne z Excelem, Wydawnictwo SGGW, Warszawa 2007.
3. Z. Smogur, Excel w zastosowaniach inżynierskich, Wydawnictwo Helion, Gliwice 2008.
4. A. Płocki, Stochastyka dla nauczyciela, Wydawnictwo NOVUM, Płock 2007
5. S. Kot, J. Jakubowski, A. Sokołowski, Statystyka, Difin, Warszawa 2011.

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. M. Krzyśko, Statystyka matematyczna, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004
2. J. Jakubowski, R. Sztencel, Prawdopodobieństwo dla (prawie) każdego, SCRIPT, 2002.
3. L.T. Kubik, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN, Warszawa 1980.
4. J. Ombach, Wprowadzenie do metod probabilistycznych wspomaganie komputerowo - MAPLE, Wydawnictwo Naukowe PWSZ w Nowym Sączu, Nowy Sącz 2006. \
5. W. Sadowski, Statystyka matematyczna, PWN, Warszawa 1969.

### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	10
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	20
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	12
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	43
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	30
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5

## Arkusz kalkulacyjny Excel

### KARTA KURSU

Nazwa	Arkusz kalkulacyjny Excel
Nazwa w j. ang.	Excel

Koordynator	Kierownik Katedry Zastosowań Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Katedra Zastosowań Matematyki
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Celem realizacji kursu jest poznanie zaawansowanych funkcjonalności arkusza kalkulacyjnego (m.in. listy danych, zależne listy danych, poprawność danych, tabele i wykresy przestawne, formatowanie warunkowe, dodatek solver).

#### Warunki wstępne

Wiedza	Wiedza z dotychczasowego kształcenia.
Umiejętności	Umiejętność korzystania z literatury matematycznej, także w języku obcym.
Kursy	brak

#### Efekty kształcenia

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów dla specjalności (określonych w karcie programu studiów dla modułu specjalnościowego)
Wiedza	W01 zna podstawy technik obliczeniowych i programowania, wspomagających pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	K_W08
	W02 zna obowiązujące zasady bezpieczeństwa i higieny pracy oraz podstawowe pojęcia i zasady z zakresu ochrony prawa autorskiego	K_W10

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów dla specjalności (określonych w karcie programu studiów dla modułu specjalność)
Umiejętności	U01 potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i wykorzystywać je w zagadnieniach praktycznych	K_U11
	U02 umie wykorzystywać programy komputerowe w zakresie analizy danych	K_U28
	U03 umie posłużyć się statystycznymi charakterystykami populacji i ich odpowiednikami próbkowymi	K_U34
	U04 umie planować badania i prowadzić proste wnioski statystyczne (indywidualnie lub w zespole), także z wykorzystaniem narzędzi komputerowych	K_U35
	U05 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy się tego uczyć i doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U36

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów dla specjalności (określonych w karcie programu studiów dla modułu specjalnościowego)
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	10					20						

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, aktywność na zajęciach, praca laboratoryjna.

## Formy sprawdzania efektów kształcenia

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Inne
W01								X					
W02								X					
U01					X			X					
U02					X			X					
U03					X			X					
U04					X			X					
U05								X					
K01					X			X					

Kryteria oceny      Zaliczenie z oceną na podstawie bieżącej pracy w semestrze

Uwagi

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Wiadomości wstępne o programie Excel
2. Formuły wbudowane (funkcje tekstowe, funkcje zliczające, funkcje wyszukiujące)
3. Formuły tablicowe.
4. Formatowanie warunkowe.
5. Solver.
6. Wykresy.
7. Tabele i wykresy przestawne.

## Wykaz literatury podstawowej

1. J. Walkenbach, „Excel 2016 PL. Biblia”, Wydawnictwo Helion, 2016.

### Wykaz literatury uzupełniającej

1. M. Alexander, R. Kusieika „Excel 2016 PL. Programowanie w VBA”, Wydawnictwo Helion, 2016.
2. H. Guerrero, „Excel Data Analysis”, Wydawnictwo Springer, 2010.

### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	10
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	20
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	12
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	53
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	30
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5



# Semestr 6

## Geometria

### KARTA KURSU

Nazwa	Geometria
Nazwa w j. ang.	Geometry

Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii
Punktacja ECTS*	5	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie studentów z teorią krzywych i powierzchni algebraicznych drugiego stopnia oraz konstrukcjami geometrycznymi i ich związkami z algebrą.

The purpose of this course is to introduce to students geometry of curves and surfaces of degree 2, discuss connections between geometric constructions and algebra.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Podstawowe wiadomości z zakresu analizy matematycznej (pochodna), algebry liniowej (iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy, norma), algebry (ciało, element algebraiczny, stopień elementu algebraicznego, rozszerzenie algebraiczne, stopień rozszerzenia), arytmetyki (liczba pierwsza, liczba Fermata), logiki (aksjomat, twierdzenie, teoria, model).
Umiejętności	Potrafi wykonywać działania.
Kursy	Geometria 1, Algebra liniowa 2, Algebra abstrakcyjna 1, 2, Analiza 3

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie przedstawiać rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje	K_U01
	U02 posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki	K_U06
	U03 posługuje się pojęciami: przestrzeni liniowej, wektora, bazy przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy	K_U16
	U04 rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach; potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań	K_U19
	U05 znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach; oblicza wartości własne oraz wektory własne macierzy i potrafi wyjaśnić sens geometryczny tych pojęć	K_U20
	U06 rozpoznaje i określa najważniejsze własności topologiczne podzbiorów przestrzeni euklidesowej i przestrzeni metrycznych	K_U23
	U07 potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych zrozumiałym, także potocznym językiem, potrafi wyjaśniać związki i relacje między matematyką elementarną a matematyką wyższą	K_U37

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02
	K02 potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad projektami, które mają długofalowy charakter	K_K03
	K03 rozumie potrzebę popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej	K_K05

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	20	20		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład, zadania tablicowe, praca w grupie, dyskusje.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X					X
W02								X					X
W03								X					X
U01								X					
U02								X					
U03								X					
U04								X					
U05								X					
U06								X					
U07								X					
K01								X					
K02								X					
K03								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Zaliczenie – na podstawie kolokwiów, kartkówek oraz aktywnego uczestnictwa w zajęciach a także na podstawie projektów indywidualnych i grupowych, o ile takie będą realizowane w danym roku akademickim.
----------------	--

Uwagi	Wybór konkretnych form sprawdzania wiedzy i umiejętności zależy od prowadzącego przedmiot w danym roku. Prowadzący może w szczególności zrezygnować z pewnych form sprawdzania.
-------	---

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Krzywe algebraiczne i powierzchnie algebraiczne stopnia 2. Krzywe stożkowe; podstawowe własności afiniczne i metryczne krzywych stożkowych: środek, średnice, bieżuny, bieżunowe, asymptoty, ogniska i kierownice. Czwórka harmoniczna punktów. Stożki, walce, hiperboloidy, paraboloidy, elipsoidy; podstawowe własności afiniczne i metryczne tych powierzchni. Płaskie przekroje powierzchni stożkowych. Powierzchnie prostokreślne, powierzchnie obrotowe i powierzchnie powstałe przez przesuwanie krzywej po krzywej. Klasyfikacja afiniczna i metryczna krzywych oraz powierzchni stopnia 2.

2. Klasyczne konstrukcje geometryczne, konstruowalność w ujęciu algebraicznym – twierdzenie Wantzela. Przykłady konstrukcji niewykonalnych środkami klasycznymi (np. podwojenie sześciangu, kwadratura koła, rektyfikacja okręgu, trysekcja pewnych kątów), rozwiązanie tych problemów nieklasycznymi środkami. Twierdzenie Gaussa o konstruowalności wielokątów foremnych klasycznymi środkami. Konstrukcje wybranych wielokątów foremnych, rozwiązanie problemu z użyciem kwadratury Hipiasza

## Wykaz literatury podstawowej

1. F. Leja, Geometria analityczna, PWN, Warszawa 1970  
 2. M. Bryński, W. Włodarski, Konstrukcje geometryczne, WSiP, Warszawa 1979

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. K. Borsuk, Geometria analityczna wielowymiarowa, PWN, Warszawa 1976  
 2. M. Stark, Geometria analityczna ze wstępem do geometrii wielowymiarowej, PWN, Warszawa, 1972  
 3. S. Przybyło, A. Szlachetowski, Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach, WNT, Warszawa 1993  
 4. A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry, część 2: Algebra liniowa, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004  
 5. Z. Krygowska, Konstrukcje geometryczne na płaszczyźnie, PWN, Warszawa 1958  
 6. J. Browkin, Teoria ciał, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1977  
 7. M. Audin, Geometry, Springer 2003  
 8. H. S. M. Coxeter, Wstęp do geometrii dawnej i nowej, PWN, Warszawa 1967  
 9. R. Hartshorne, Geometry: Euclid and beyond, Springer, New York 2000

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	20
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	20
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	3
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	40
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	42
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5

## Podstawy przedsiębiorczości

### KARTA KURSU

Nazwa	Podstawy przedsiębiorczości	
Nazwa w j. ang.	Basics of entrepreneurship	
Koordynator	Dyrektor Instytutu Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Pracownicy IM UP
Punkcja ECTS*	1	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Student poznaje różne przejawy postawy przedsiębiorczej. Zna podstawowe zasady rejestrowania i prowadzenia działalności gospodarczej w różnych formach organizacyjno-prawnych. Pozna zasady zarządzania we własnej firmie. Posiada umiejętność stworzenia biznes planu. Jest przekonany o znaczącej roli przedsiębiorczości w życiu zawodowym i prywatnym człowieka, w funkcjonowaniu przedsiębiorstw oraz w rozwoju społeczno-gospodarczym. Student poznaje mechanizmy rządzące światowymi rynkami finansowymi oraz jest świadom różnych form inwestowania, m.in. w nieruchomości. Posiada wiedzę z zakresu rozwoju form pieniądza, ze szczególnym uwzględnieniem kryptowalut.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Rozumienie podstawowych pojęć ekonomicznych (w zakresie programu zajęć z podstaw przedsiębiorczości w szkole średniej).
Umiejętności	
Kursy	

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 Rozumie podstawowe pojęcia z zakresu przedsiębiorczości oraz przedstawia znaczenie przedsiębiorczości w życiu człowieka oraz w rozwoju przedsiębiorstw.	K_W01, K_W04, K_W05
	W02 Wyjaśnia na czym polega proces zarządzania przedsiębiorstwem oraz charakteryzuje podstawowe zasady marketingu.	
	W03 Potrafi sporządzić biznes plan.	
	W04 Zna podstawowe formy i sposoby inwestowania. Rozumie podstawowe pojęcia z zakresu inwestowania oraz rynków finansowych. Rozróżnia rodzaje rynków finansowych i zna ich historię oraz procesy na nich zachodzące. Zna podstawy teorii optymalnego portfela.	

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 Analizuje zalety i wady prowadzenia działalności gospodarczej w różnych formach organizacyjnoprawnych oraz prezentuje procedurę rejestracji firmy.	K_U25, K_U29, K_U35
	U02 Analizuje sposoby rozwiązywania podstawowych problemów zarządczych, jakie może napotkać osoba prowadząca własną działalność gospodarczą.	
	U03 Potrafi oszacować stopę zwrotu oraz ryzyko danej inwestycji. Potrafi wymienić i scharakteryzować rynki oraz instrumenty finansowe. Potrafi rozróżnić cykle koniunkturalne. Potrafi zastosować podstawowe modele matematyczne do opisu zjawisk zachodzących na rynkach finansowych.	

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	<p>K01 Jest przekonany o konieczności rozwijania przedsiębiorczości jako jednego z ważnych elementów rozwoju osobistego, zawodowego oraz funkcjonowania przedsiębiorstw, społeczeństw i gospodarki w różnych skalach przestrzennych.</p> <p>K02 Dostrzega zalety myślenia i działania w sposób przedsiębiorczy oraz ma świadomość ciągłego poszerzania i uaktualniania wiedzy i zdobywania nowych umiejętności.</p> <p>K03 Jest przekonany o znaczącej roli społecznej odpowiedzialności i etyki w prowadzeniu działalności gospodarczej.</p> <p>K04 Rozumie znaczenie oszczędzania i inwestowania w życiu człowieka. Rozumie podstawowe mechanizmy zachodzące na rynkach finansowych. Dostrzega wpływ zmian zachodzących na rynkach na rzeczywistość ekonomiczno-społeczną.</p>	K_K01, K_K03, K_K04

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	15	0		0		0		0		0		0

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład z elementami dyskusji.
-------------------------------

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin	Test	Inne
W01												X	
W02								X				X	
W03								X				X	
W04								X				X	
U01								X				X	
U02												X	
U03								X				X	
K01								X					
K02								X					
K03								X					
K04								X					

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena z przedmiotu wystawiona jest na podstawie obecności na zajęciach oraz pozytywnego wyniku testu (co najmniej 50%).
----------------	---

Uwagi	Mile widziany aktywny udział w panelach dyskusyjnych.
-------	---

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Formy organizacyjno-prawne działalności gospodarczej i klasyfikacja wielkościowa przedsiębiorstw.</li> <li>- Procedura rejestracji działalności gospodarczej w różnych formach, ze szczególnym uwzględnieniem indywidualnej działalności.</li> <li>- Podstawowe zasady sporządzania biznes-planu działalności i tworzenia modeli biznesowych.</li> <li>- Podstawy zarządzania przedsiębiorstwem (przywództwo, zarządzanie ludźmi, zasobami)</li> <li>- Marketing w przedsiębiorstwie</li> <li>- Podatki i formy rozliczenia</li> <li>- Formy i metody inwestowania</li> <li>- Światowe rynki finansowe</li> <li>- Zjawiska zachodzące na rynkach finansowych</li> <li>- Historia i cechy pieniądza, pieniądz bezgotówkowy, kryptowaluty</li> <li>- Inwestycje na rynkach nieruchomości</li> </ul>
--

## Wykaz literatury podstawowej

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. J. Cieślik (2010). Przedsiębiorczość dla ambitnych. wyd. 2, Warszawa: Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne ( <a href="http://nowybiznes.edu.pl">http://nowybiznes.edu.pl</a> )</li> <li>2. S. Dorocki, W. Kilar, T. Rachwał, A. Świętek, M. Zdon-Korzeniowska. (2012). Biznes plan krok po kroku, Warszawa: Nowa Era</li> <li>3. Portal NBP – tematyka różna ( <a href="https://www.nbportal.pl/wiedza">https://www.nbportal.pl/wiedza</a> )</li> <li>4. H. B. Mayo (2019). Inwestycje, Wydawnictwo Naukowe PWN</li> <li>5. J. Czekał (2017). Rynki, instrumenty i instytucje finansowe, Wydawnictwo Naukowe PWN.</li> </ol>
---



## Wykaz literatury uzupełniającej

1. D. Sornette (2017) *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems*, Princeton University Press.
2. M. Wątopek (2020) *Ilościowe charakterystyki złożoności światowego rynku kryptowalut* rozprawa doktorska <https://rifj.ifj.edu.pl/handle/item/315>
3. Stanisław Drożdż & Marcin Wątopek, Bitcoin [Scientia PAUperum] (547: str 2) [http://pauza.krakow.pl/547\\_2\\_2021](http://pauza.krakow.pl/547_2_2021) , Światowy rynek kryptowalut [Scientia PAUperum] (548: str 3) [http://pauza.krakow.pl/548\\_3\\_2021.pdf](http://pauza.krakow.pl/548_3_2021.pdf)
4. Borowiec-Gabryś M., Kilar W., Rachwał T. (2018). *Przedsiębiorczość jako kompetencja przyszłości*, W: *Kompetencje przyszłości*, red. S. Kwiatkowski, Seria Naukowa, tom 3, Warszawa
5. Griffin R.W. (2017). *Podstawy zarządzania organizacjami*, Warszawa: PWN (wyd. 3)

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	0
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	0
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	10
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	5
Ogółem bilans czasu pracy		30
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		1

## Seminarium dyplomowe II

### KARTA KURSU

Nazwa	Seminarium dyplomowe II	
Nazwa w j. ang.	Diplom Seminar II	
Koordynator	Dyrektor Instytutu Matematyki	Zespół dydaktyczny
		Pracownicy Instytutu Matematyki
Punktacja ECTS*	2	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Poszerzenie wiadomości z wybranych działów matematyki lub dydaktyki matematyki w zakresie niezbędnym do przygotowania pracy licencjackiej

#### Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstawowych treści z kursów z lat wcześniejszych.
Umiejętności	Umiejętność korzystania z literatury matematycznej, także w języku obcym.
Kursy	

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie matematyki i jej zastosowań dla rozwoju jednostki i społeczeństwa	K_W01
	W02 rozumie budowę teorii matematycznych, zna narzędzia matematyczne przydatne do opisu i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk	K_W03
	W03 zna podstawowe dylematy współczesnej cywilizacji, przy których wyjaśnianiu może być pomocna matematyka	K_W11

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie przedstawiać rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje	K_U01
	U02 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy się tego uczyć i doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U36
	U03 potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych zrozumiałym, także potocznym językiem, potrafi wyjaśniać związki i relacje między matematyką elementarną a matematyką wyższą	K_U37
	U04 Posługuje się co najmniej jednym językiem obcym na poziomie średniozaawansowanym (B2)	K_U38

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02
	K02 rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie	K_K04
	K03 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych	K_K06

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	0	0		0		0		10		0		0

Opis metod prowadzenia zajęć

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			
W02								X	X	X			
W03								X	X	X			
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X	X	X			
U04								X	X	X			
K01								X	X	X			
K02								X	X	X			
K03								X	X	X			

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia z oceną jest aktywny udział w zajęciach
----------------	---

Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

Zostana przedstwiane po wyborze promotora
---

## Wykaz literatury podstawowej

--

## Wykaz literatury uzupełniającej

--

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	0
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	10
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	10
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	15
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	15
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	0
Ogółem bilans czasu pracy		50
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		2

## Matematyka dyskretna

### KARTA KURSU

Nazwa	Matematyka dyskretna	
Nazwa w j. ang.	Discrete mathematics	
Koordynator	Kierownik Katedry Geometrii	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii
Punktacja ECTS*	3	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i metodami matematyki dyskretniej.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Prawa logiki, rachunku zdań i zbiorów. Relacje równoważnościowe i porządkujące. Zasada indukcji matematycznej. Funkcje jako relacje. Macierze.
Umiejętności	Dowodzenie praw rachunku zdań i zbiorów. Przeprowadzenie dowodu indukcyjnego. Graficzne przedstawianie relacji oraz interpretacja ich własności. Wykonywanie działań na macierzach.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, Analiza matematyczna 1.

## Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W02 zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	K_W04
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05
	W04 zna wybrane pojęcia logiki matematycznej, teorii mnogości i matematyki dyskretnej występujące w podstawach innych dyscyplin matematyki oraz metody dowodzenia twierdzeń matematycznych	K_W06

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie niektóre funkcje i relacje	K_U03
	U02 posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki	K_U06
	U03 rozpoznaje problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takich problemów	K_U25
	U04 umie formułować i rozwiązywać problemy przy użyciu narzędzi matematyki dyskretnej (np. kombinatoryka, indukcja matematyczna)	K_U29

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 rozumie potrzebę popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej	K_K05
K02 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych	K_K06	

Organizacja												
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach										
		A		K		L		S		P		E
Liczba godzin	15	15										

## Opis metod prowadzenia zajęć

Wykład. Zajęcia tablicowe. Dyskusje. Praca w grupach.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny*	Projekt grupowy*	Udział w dyskusji	Referat*	Praca pisemna (esej)*	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X	X	X			X
W02								X	X	X			X
W03								X	X	X			X
W04								X	X	X			X
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X	X	X			
U04								X	X	X			
K01								X	X	X			
K02								X	X	X			

\*,\*\* formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Podstawą zaliczenia z oceną jest aktywny udział w zajęciach.
----------------	--



Uwagi	
-------	--

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

- |  |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elementy kombinatoryki, metody przeliczania obiektów kombinatorycznych, teoria zbiorów.</li> <li>2. Pojęcie grafów i spójności grafów.</li> <li>3. Drzewa.</li> <li>4. Cykle Eulera i Hamiltona.</li> <li>5. Zagadnienia związane z poruszaniem się po grafach.</li> <li>6. Grafy planarne, dualność w teorii grafów.</li> <li>7. Kolorowanie wierzchołkowe i planarne.</li> </ol> |
|--|

## Wykaz literatury podstawowej

R. J. Wilson, Wprowadzenie do teorii grafów, WN PWN, Warszawa, 2007
---

## Wykaz literatury uzupełniającej

- |   |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. K. A. Ross, Ch. R. B. Wright, Matematyka dyskretna, WN PWN, Warszawa 2000.</li> <li>2. R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik, Matematyka konkretna, WN PWN, Warszawa 2001.</li> </ol> |
|---|

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	15
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	5
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	15
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	15
Ogółem bilans czasu pracy		75
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		3

## Matematyka konkretna

### KARTA KURSU

Nazwa	Matematyka konkretna
Nazwa w j. ang.	Concrete mathematics

Koordynator	dr. hab. Leszek Gasiński	Zespół dydaktyczny
		dr. hab. Leszek Gasiński
Punktacja ECTS*	3	

#### Opis kursu (cele kształcenia)

Podstawowe pojęcia z zakresu wybranych zagadnień kombinatoryki, matematyki dyskretnej, teorii grafów i sieci, teorii gier.

#### Warunki wstępne

Wiedza	Prawa logiki, rachunku zdań i zbiorów. Relacje. Zasada indukcji matematycznej. Funkcje. Macierze.
Umiejętności	Dowodzenie praw rachunku zdań i zbiorów. Przeprowadzenie dowodu indukcyjnego. Graficzne przedstawianie relacji oraz interpretacja ich własności. Wykonywanie działań na macierzach.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, Analiza matematyczna 1.

#### Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 rozumie rolę i znaczenie matematyki i jej zastosowań dla rozwoju jednostki i społeczeństwa	K_W01
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W05

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie niektóre funkcje i relacje	K_U03
	U02 posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi – na prostym i średnim poziomie trudności – obliczać granice ciągów i funkcji, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	K_U10
	U03 rozpoznaje problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takich problemów	K_U25
	U04 umie formułować i rozwiązywać problemy przy użyciu narzędzi matematyki dyskretnej (np. kombinatoryka, indukcja matematyczna)	K_U29
	U05 potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych zrozumiałym, także potocznym językiem, potrafi wyjaśniać związki i relacje między matematyką elementarną a matematyką wyższą	K_U37

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę jej uzupełniania, w szczególności potrzebę samokształcenia	K_K01
	K02 rozumie potrzebę popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej	K_K05
	K03 potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych	K_K07

Organizacja															
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach													
		A		K		L		S		P		E			
Liczba godzin	15	15		0		0		0		0		0		0	

## Opis metod prowadzenia zajęć

Zajęcia prowadzone są w formie wykładów z podstawami teoretycznymi oraz audytoriów, podczas których są rozwiązywane zadania praktyczne.

## Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Inne
W01								X	X	X			
W02								X	X	X			
U01								X	X	X			
U02								X	X	X			
U03								X	X	X			
U04								X	X	X			
U05								X	X	X			
K01								X					
K02								X					
K03								X					

Kryteria oceny

Podstawą zaliczenia jest aktywny udział w zajęciach i krótka praca pisemna.

Uwagi

## Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Elementy kombinatoryki, metody przeliczania obiektów kombinatorycznych, teoria zbiorów.
2. Pojęcie grafów i spójności grafów. Drzewa
3. Cykle Eulera i Hamiltona.
4. Zagadnienia związane z poruszaniem się po grafach.
5. Grafy planarne, dualność w teorii grafów.
6. Kolorowanie wierzchołkowe i krawędziowe.
7. Sieci grafowe.
8. Elementy teorii gier.

## Wykaz literatury podstawowej

1. Z.Pałka, A.Ruciński, Wykłady z kombinatoryki. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998.
2. J. Wojciechowski, K. Pieńkosz, Grafy i sieci, Wydawnictwo Naukowe PWN.

## Wykaz literatury uzupełniającej

1. R.L.Graham, D.E.Knuth, O.Patashnik, Matematyka Konkretna. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1996.
2. K.A.Ross, Ch.R.B.Wright, Matematyka Dyskretna. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1996.
3. R.J.Wilson, Wprowadzenie do teorii grafów. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
4. V.Bryant, Aspekty kombinatoryki. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 1977.
5. W.Lipski, W.Marek, Analiza kombinatoryczna. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986.

## Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	15
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	5
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	15
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	10
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	15
Ogółem bilans czasu pracy		75
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		3